

# Matrizes

Almeida Junior  
professor.almeidajunior@gmail.com

## Definição

Uma matriz do tipo  $m \times n$  (lê-se:  $m$  por  $n$ ) é uma tabela formada por  $m \cdot n$  elementos. Dispostos em  $m$  linhas e  $n$  colunas

# Ordem de uma Matriz

Para indicar a ordem dizemos o número de linhas e em seguida o de colunas

# Elemento de uma matriz

## Casos especiais

Matriz linha  
Matriz coluna  
Matriz nula

## Casos especiais

Matriz quadrada  
Matriz diagonal

# Casos especiais

Matriz unidade ou Matriz identidade

# Igualdade de Matrizes

Duas matrizes são iguais quando seus elementos correspondentes são iguais

## Adição de Matrizes

A soma de duas matrizes é realizada através da soma dos elementos correspondentes

## Matriz Oposta

A soma de uma matriz com sua oposta é uma matriz nula

# Subtração de Matrizes

## Propriedades

- 1) Comutativa:  $A + B = B + A$
- 2) Associativa:  $(A+B) + C = A + (B + C)$
- 3) Elemento Neutro:  $A + 0 = A$

## Exercício

Produto de um número por uma matriz

## Propriedades

- 1)  $a. (b. A) = (a.b).A$
- 2)  $a (A + B) = a. A + a.B$
- 3)  $(a + b). A = a. A + b. A$
- 4)  $1. A = A$

## Exercício



# Multiplicação de Matrizes

## Propriedades

- 1)  $A(BC) = (AB)C$
- 2)  $A(B + C) = AB + AC$
- 3)  $(B + C)A = BA + CA$
- 4)  $(kA)B = A(kB) = k(AB)$

# Observações

Observações:

- 1) A multiplicação não é comutativa
- 2) Contudo, pode ocorrer que  $AB = BA$
- 3) Não vale o cancelamento
- 4) Não vale o anulamento

# Matriz Transposta

A matriz transposta é obtida trocando-se as linhas pelas colunas.

## Matriz Simétrica

Simétrica é toda matriz quadrada que sua transposta é ela mesma.

## Matriz Anti-Simétrica

Anti-simétrica é toda matriz quadrada que sua transposta é sua matriz oposta

## Propriedades da Matriz Transposta

$$(A^t)^t =$$

$$(A + B)^t =$$

$$(kA)^t =$$

$$(AB)^t =$$

## Inversão de Matrizes

- Produto de uma matriz por sua inversa é igual a matriz identidade
- A matriz identidade tem a mesma ordem que as matrizes A e B
- Se existir a inversa, dizemos que a matriz A é inversível e, em caso contrário, não inversível ou singular
- Se a matriz quadrada A é inversível, ela é única

## Exemplos

- 1) É uma matriz identidade de mesma ordem que as matrizes  $A$  e  $B$
- 2) Se existir a inversa, dizemos que a matriz  $A$  é inversível e, em caso contrário, não inversível ou singular
- 3) Se a matriz quadrada  $A$  é inversível, ela é única

## Exemplo

# Determinantes

Almeida Junior  
professor.almeidajunior@gmail.com

## Determinante de uma matriz quadrada de ordem 2

## Determinante de uma matriz quadrada de ordem 3

## Exercícios

# Menor Complementar

O Menor complementar de um elemento é determinante obtido suprimindo a sua linha e a sua coluna

## Exemplos



# Cofator ou Complemento algébrico

Menor complementar cujo sinal depende da soma dos índices (linha e coluna) do elemento. Se for par é positivo, se for ímpar é negativo

## Exemplo

## Exemplo

## Determinante de uma ordem qualquer

Teorema de Laplace

O Determinante é soma dos produtos de uma fila (linha ou coluna) pelos respectivos cofatores.

## Exemplo

## Propriedades dos Determinantes

$$\text{Det } A^t = \text{Det } A$$

# Propriedades dos Determinantes

Fila nula

# Propriedades dos Determinantes

Multiplicação de uma fila por uma constante

# Propriedades dos Determinantes

Troca de filas paralelas

# Propriedades dos Determinantes

Filas paralelas Iguais

# Propriedades dos Determinantes

Filas paralelas proporcionais

# Propriedades dos Determinantes

Teorema de Jacobi

Adicionando a uma fila outro fila paralela previamente multiplicada por uma constante a nova matriz tem o mesmo determinante da original

# Propriedades dos Determinantes

## Teorema de Jacobi - Exemplos

# Propriedades dos Determinantes

## Matriz triangular

É aquele cujos elementos de um mesmo lado da diagonal são iguais a zero.

O Determinante é produto dos elementos da diagonal principal

# Propriedades dos Determinantes

Matriz triangular - Exemplo

Teorema de Binet

$$\det (A.B) = \det (A) . \det (B)$$



# Regra de Chió Determinantes



## Sistemas Lineares

Almeida Junior  
professor.almeidajunior@gmail.com

# Equação Linear

Incógnitas

Coeficientes

Termo independente

# Solução de uma equação linear

## Sistema Linear e Representação Matricial

## Solução de um Sistema Linear

## Tipos de Sistemas

- Possível ou Compatível
- Impossível ou Incompatível

## Sistema Linear Homogêneo

Ocorre quando o termo independente de todas as equações é igual a zero

## Matrizes de um sistema

- Incompleta
- Completa

## Sistemas Lineares equivalentes

Se dois sistemas admitem a mesma solução eles são chamados de equivalentes

## Classificação um sistema linear

## Regra de Cramer

## Exemplos

## Discussão de um sistema linear

# Exemplos

