

Matrizes

Almeida Junior
professor.almeidajunior@gmail.com

Definição

Uma matriz do tipo $m \times n$ (lê-se: m por n) é uma tabela formada por $m \cdot n$ elementos. Dispostos em m linhas e n colunas

Ordem de uma Matriz

Para indicar a ordem dizemos o número de linhas e em seguida o de colunas

Elemento de uma matriz

Casos especiais

Matriz linha
Matriz coluna
Matriz nula

Casos especiais

Matriz quadrada
Matriz diagonal

Casos especiais

Matriz unidade ou Matriz identidade

Igualdade de Matrizes

Duas matrizes são iguais quando seus elementos correspondentes são iguais

Adição de Matrizes

A soma de duas matrizes é realizada através da soma dos elementos correspondentes

Matriz Oposta

A soma de uma matriz com sua oposta é uma matriz nula

Subtração de Matrizes

Propriedades

- 1) Comutativa: $A + B = B + A$
- 2) Associativa: $(A+B) + C = A + (B + C)$
- 3) Elemento Neutro: $A + 0 = A$

Exercício

Produto de um número por uma matriz

Propriedades

- 1) $a \cdot (b \cdot A) = (a \cdot b) \cdot A$
- 2) $a \cdot (A + B) = a \cdot A + a \cdot B$
- 3) $(a + b) \cdot A = a \cdot A + b \cdot A$
- 4) $1 \cdot A = A$

Exercício

Multiplicação de Matrizes

Propriedades

- 1) $A(BC) = (AB)C$
- 2) $A(B + C) = AB + AC$
- 3) $(B + C)A = BA + CA$
- 4) $(kA)B = A(kB) = k(AB)$

Observações

Observações:

- 1) A multiplicação não é comutativa
- 2) Contudo, pode ocorrer que $AB = BA$
- 3) Não vale o cancelamento
- 4) Não vale o anulamento

Matriz Transposta

A matriz transposta é obtida trocando-se as linhas pelas colunas.

Matriz Simétrica

Simétrica é toda matriz quadrada que sua transposta é ela mesma.

Matriz Anti-Simétrica

Anti-simétrica é toda matriz quadrada que sua transposta é sua matriz oposta

Propriedades da Matriz Transposta

$$(A^t)^t =$$

$$(A + B)^t =$$

$$(kA)^t =$$

$$(AB)^t =$$

Inversão de Matrizes

- Produto de uma matriz por sua inversa é igual a matriz identidade
- A matriz identidade tem a mesma ordem que as matrizes A e B
- Se existir a inversa, dizemos que a matriz A é inversível e, em caso contrário, não inversível ou singular
- Se a matriz quadrada A é inversível, ela é única

Exemplos

- 1) É uma matriz identidade de mesma ordem que as matrizes A e B
- 2) Se existir a inversa, dizemos que a matriz A é inversível e, em caso contrário, não inversível ou singular
- 3) Se a matriz quadrada A é inversível, ela é única

Exemplo

Determinantes

Almeida Junior
professor.almeidajunior@gmail.com

Determinante de uma matriz quadrada de ordem 2

Determinante de uma matriz quadrada de ordem 3

Exercícios

Menor Complementar

O Menor complementar de um elemento é determinante obtido suprimindo a sua linha e a sua coluna

Exemplos

Cofator ou Complemento algébrico

Menor complementar cujo sinal depende da soma dos índices (linha e coluna) do elemento. Se for par é positivo, se for ímpar é negativo

Exemplo

Exemplo

Determinante de uma ordem qualquer

Teorema de Laplace

O Determinante é soma dos produtos de uma fila (linha ou coluna) pelos respectivos cofatores.

Exemplo

Propriedades dos Determinantes

$$\text{Det } A^t = \text{Det } A$$

Propriedades dos Determinantes

Fila nula

Propriedades dos Determinantes

Multiplicação de uma fila por uma constante

Propriedades dos Determinantes

Troca de filas paralelas

Propriedades dos Determinantes

Filas paralelas Iguais

Propriedades dos Determinantes

Filas paralelas proporcionais



Propriedades dos Determinantes

Teorema de Jacobi

Adicionando a uma fila outro fila paralela previamente multiplicada por uma constante a nova matriz tem o mesmo determinante da original



Propriedades dos Determinantes

Teorema de Jacobi - Exemplos

Propriedades dos Determinantes

Matriz triangular

É aquele cujos elementos de um mesmo lado da diagonal são iguais a zero.

O Determinante é produto dos elementos da diagonal principal

Propriedades dos Determinantes

Matriz triangular - Exemplo

Teorema de Binet

$$\det (A.B) = \det (A) . \det (B)$$

Regra de Chió Determinantes



Sistemas Lineares

Almeida Junior
professor.almeidajunior@gmail.com

Equação Linear

Incógnitas

Coeficientes

Termo independente

Solução de uma equação linear

Sistema Linear e Representação Matricial

Solução de um Sistema Linear

Tipos de Sistemas

- Possível ou Compatível
- Impossível ou Incompatível

Sistema Linear Homogêneo

Ocorre quando o termo independente de todas as equações é igual a zero

Matrizes de um sistema

- Incompleta
- Completa

Sistemas Lineares equivalentes

Se dois sistemas admitem a mesma solução eles são chamados de equivalentes

Classificação um sistema linear

Regra de Cramer

Exemplos

Discussão de um sistema linear

Exemplos

